COLEGIUL NAŢIONAL „VLADIMIR STREINU” GĂEŞTI

D Î M B O V I Ţ A , *STR. N.TITULESCU NR. 24 – 26*

TEL.0245713351; 0245711104; FAX 0245713358

EMAIL: colegiul_national_v_streinu@yahoo.com

SIMULARE BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE PROBA E.c)

Matematică *M_mate-info*

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct , dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5 \le 2x+3<6$ $2 \le 2x < 3 \Rightarrow 1 \le x < \frac{3}{2} \Rightarrow x \in [1;\frac{3}{2})$	**2p** **3p**
2.	$z=a+ib,\ cu\ a,b \in \mathbb{R} \qquad 3(a+ib)+2(a-ib)+15-i=0$ $(5a+15)+i(b-1)=0 \Rightarrow a=-3, b=1 \Rightarrow z=-3+i$	**2p** **3p**
3.	$T_{k+1}=C_{12}^k \cdot (\sqrt{a})^{12-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^k = C_{12}^k \cdot a^{6-k}$ $6-k=0 \Rightarrow k=6 \Rightarrow T_7=C_{12}^6$	**3p** **2p**
4.	$\lvert\vec{v}\rvert=\sqrt{(m-1)^2+(2m-3)^2}=\sqrt{5m^2-14m+10}$ $5m^2-14m+10$ minim pentru $m=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$	**3p** **2p**
5.	$sin^2x+cos^2x=1 \Rightarrow \lvert cosx\rvert=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Cum $x \in \left(\frac{\pi}{2},\pi\right) \Rightarrow cosx=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $tg\frac{x}{2}=\frac{sinx}{1+cosx}=2+\sqrt{3}$	**2p** **3p**
6.	$m_1=-\frac{4}{3}, m_2=-\frac{1}{7}$ $tg\alpha=\left\lvert\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right\rvert=1$, α unghi ascuțit $\Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{4}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II – lea **(30 de puncte)**

1a)	$det(A(0))=\begin{vmatrix}4&1&4\\1&2&2\\2&4&1\end{vmatrix}=$ $=8+16+4-16-32-1=-21$	**2p** **3p**
b)	$det(A(x))=\begin{vmatrix}7-x&7-x&7-x\\1&2-x&2\\2&4&1-x\end{vmatrix}=(7-x)(x^2-3)$ $rang(A(x))=3 \Rightarrow det(A(x)) \ne 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{7,\sqrt{3},-\sqrt{3}\}$	**3p** **2p**
c)	$det(A(lgx))=0 \Rightarrow (7-lgx)(lg^2x-3)=0 \Rightarrow lgx=7, lg^2x=3$ $x=10^7, \qquad x=10^{\sqrt{3}}, \qquad x=10^{-\sqrt{3}}$	**2p** **3p**
2a)	$x*y=x(y-3)-3(y-3)+3=$ $=(x-3)(y-3)+3$	**3p** **2p**
b)	Se demonstrează prin inducție $P(n): \underbrace{a*a*...*a}_{de\ n\ ori\ a}=(a-3)^n+3, n \in \mathbb{N}^*$ $(a-3)^{2023}+3=4 \Rightarrow (a-3)^{2023}=1 \Rightarrow a=4$	**3p** **2p**
c)	$3^x*9^y*27^z=3 \Rightarrow (3^x-3)(9^y-3)(27^z-3)=0$	**2p** **3p**

	$x=1, y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{3}$	

SUBIECTUL al III – lea **(30 de puncte)**

1a)	$f'(x)=1+\ln x+x\cdot\frac{1}{x}$ $f'(x)=2+\ln x, x\geq 1$	**3p** **2p**
b)	$f'(x)>0, (\forall)x\geq 1 \Rightarrow f$ strict crescătoare pe $[1,\infty) \Rightarrow f$ injectivă . $f(1)=1, \lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$ f continuă și strict crescătoare pe $[1,\infty) \Rightarrow Im\, f=[1,\infty) \Rightarrow f$ surjectivă . Cum f este injectivă și surjectivă $\Rightarrow$ f este bijectivă.	**2p** **3p**
c)	$f^{-1}(x)=y, \quad y\to\infty, \ x=y(1+\ln y)$. $\lim_{x\to\infty}\frac{f^{-1}(x)\cdot\ln x}{x}=\lim_{y\to\infty}\frac{y\cdot\ln[y(1+\ln y)]}{y(1+\ln y)}=\lim_{y\to\infty}\frac{\ln y+\ln(1+\ln y)}{1+\ln y}=1$	**2p** **3p**
2a)	$\mathcal{I}_1=\int f_1(x)dx=\int \sin x\cos x\, dx=$ $=\int \sin x\cdot(\sin x)'\, dx=\frac{sin^2 x}{2}+\mathcal{C}$	**2p** **3p**
b)	$f_2(x)=\sin x\cos x\cos 2x=\frac{1}{4}\sin 4x \ , x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$ F_2 primitiva funcției $f_2 \Rightarrow F_2''(x)=f_2'(x)=\cos 4x, x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$ $F_2''(x)\geq 0, (\forall)\ x\in\left[0,\frac{\pi}{8}\right] \Rightarrow F_2$ convexă pe $\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$	**2p** **3p**
c)	$I_{2023}=\int f_{2023}(x)dx=\frac{1}{2^{2023}}\int \sin(2^{2023}x)dx=-\frac{1}{2^{4046}}\cdot\cos(2^{2023}x)+\mathcal{C}$ $F_{2023}(x)=-\frac{1}{2^{4046}}\cos(2^{2023}x)+c, F_{2023}(0)=0 \Rightarrow c=\frac{1}{2^{4046}} \Rightarrow$ $\Rightarrow F_{2023}(x)=-\frac{1}{2^{4046}}\cos(2^{2023}x)+\frac{1}{2^{4046}}$	**3p** **2p**