COLEGIUL NAŢIONAL „VLADIMIR STREINU” GĂEŞTI

D Î M B O V I Ţ A , *STR. N.TITULESCU NR. 24 – 26*

TEL.0245713351; 0245711104; FAX 0245713358

EMAIL: colegiul_national_v_streinu@yahoo.com **Simulare**

Examenul național de bacalaureat 2024
Matematică M_şt-nat .
Proba E. c)

Filiera teoretică , profil real , specializarea ştiinţe ale naturii.

- Toate subiectele sunt obligatorii.Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Aflați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2 = 674$.

5p **2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x-2$ cu axele de coordonate Ox și Oy.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 3$.

5p **4.** Aflați probabilitatea ca un element n al mulțimii $M=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice inegalitatea $2^n > n^2$.

5p **5.** Determinați valorile parametrului real $m$pentru care dreptele având ecuațiile $d_1: mx+2y-5=0$ și $d_2:(m-1)x+y+3=0$ sunt concurente.

5p **6.** Dacă $E(x)=\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{4x}{3}, x\in\mathbb{R}$, calculați $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că determinantul matricei A este egal cu -1.

5p **b)** Aflați $m\in\mathbb{R}$ pentru care $A\cdot A - m\cdot A = I_2$.

5p **c)** Dacă x și $y$sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A-x\cdot I_2)=\det(A-y\cdot I_2)$, demonstrați că $x+y=9$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\perp y = x+y+3xy$.

5p **a)** Arătați că $\left(-\frac{1}{3}\right)\perp 2022 = -\frac{1}{3}$.

5p **b)** Determinați numerele reale x care coincid cu simetricele lor în raport cu legea „$\perp$”.

5p **c)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x+1$. Demonstrați că $f(x\perp y\perp z)=f(x)\cdot f(y)\cdot f(z)$, oricare ar fi numerele reale x, y și z.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{x}{1+x+x^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(1+x)}{\left(1+x+x^2\right)^2}$, oricare ar fi numărul real *x*.

5p **b)** Determinați coordonatele punctelor situate pe graficul funcției *f* cu proprietatea că tangentele în aceste puncte la graficul funcției *f* sunt drepte perpendiculare pe axa *Oy*.

5p **c)** Demonstrați că $f\left(\sqrt{2}\right)\geq f\left(\sqrt[3]{3}\right)$.

2. Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Calculați $\int_1^2 f\left(e^x\right)dx$.

5p **b)** Determinați primitiva $F:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției *f* cu proprietatea că $F(1)=0$, folosind, eventual, faptul că funcția *F* este de forma $F(x)=(ax+b)\cdot\ln x-cx+d$, unde $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției *f* este convexă pe intervalul $[1,+\infty)$.